

Tomar posesión del espacio es el primer gesto de los seres vivos, hombres, bestias, plantas y nubes, la manifestación fundamental de equilibrio y permanencia. La primera prueba de existencia es ocupar el espacio.

Arquitectura, escultura y pintura son, por definición, dependientes del espacio, atadas a la necesidad de interrelacionarse con el espacio, cada cual con sus propios medios. El punto esencial que deseo establecer es que la llave hacia la emoción estética es una función del espacio.

LE CORBUSIER

Introducción

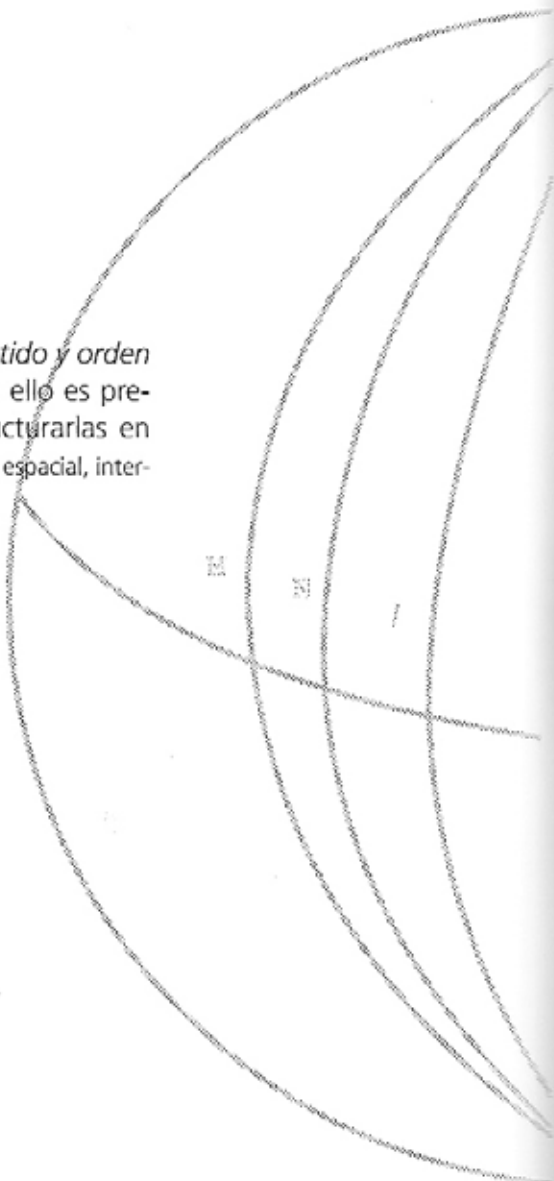
Le Corbusier menciona dos características fundamentales del espacio. En primer lugar se trata de algo estrechamente ligado a nuestra existencia. Pero, además, en cuanto categoría fundamental de la existencia humana es un elemento presente en prácticamente todas las actividades del hombre y, en particular, en el diseño y en el arte. La existencia misma del hombre se define y desarrolla a partir de la posesión del espacio.

El hombre necesita establecer relaciones vitales en el medio que le rodea para dotar de *sentido y orden* a un mundo de acontecimientos y acciones. Para ello es preciso comprender las relaciones espaciales y estructurarlas en un concepto de espacio. El hombre tiene una existencia espacial, interactúa con el entorno y también reflexiona sobre las relaciones espaciales y la naturaleza y realidad del espacio en el que vive. Persiguiendo lo mismo fines prácticos, que de comunicación o simbólicos, el hombre ha conceptualizado y realizado representaciones del espacio.

Nociones de espacio

La escuela pitagórica consideraba que el espacio era independiente de la materia: todas las cosas están en el espacio sin que éste esté en aquellas. La consideraban la categoría fundante: "quizá sea el primero de todos los seres, puesto que todo lo que existe está en un lugar y no puede existir sin un lugar" (Artijas, citado por Jammer, 1970, p. 28). Los vacíos espaciales eran necesarios para garantizar la discontinuidad de los números. El espacio no tiene todavía ninguna implicación física, excepto la de servir como limitante de los cuerpos.

Platón identificaba al mundo de los cuerpos físicos con el de las formas geométricas. Un cuerpo físico es una parte del espacio limitado por las superficies geométricas, que no contienen nada fuera del espacio vacío. La física es reducida a la



geometría de forma análoga a como los pitagóricos la habían reducido a la aritmética. Los cuatro elementos constitutivos del universo cosmológico estaban dotados de estructura espacial definida y correspondía con la de los poliedros regulares, conocidos hoy como sólidos platónicos: al agua le atribuía la estructura espacial del icosaedro, al aire la del octaedro, al fuego la del tetraedro y a la tierra la del cubo.

Para Aristóteles, el espacio era una especie de extensión continua, la suma total de todos los lugares. Era un accidente de la materia y, por tanto, era infinito. Lo identificaba con el lugar y lo definía como la frontera o límite adyacente del cuerpo continente.

Según Kant, el espacio es una intuición *a priori* y no una noción. Puesto que, hasta ese momento la geometría euclidiana¹ era la única descripción del espacio, las proposiciones geométricas son apodícticas, es decir, traen consigo su propia necesidad, pero no son juicios de la experiencia. En particular, afirma que la proposición *el espacio tiene tres dimensiones* es una proposición sintética *a priori*. La geometría puede ser conocida *a priori*, sin que sea una mera tautología, únicamente porque se halla en la base de nuestra percepción. Hay pues, una identidad entre espacio y geometría euclidiana.

Espacio físico y espacio matemático

A partir de los griegos, la geometría fue pensada como descripción del espacio. El universo estaba dotado de una racionalidad cuya estructura era esencialmente geométrica. Dios era un geómetra. De esta forma, el descubrimiento geométrico no era otra cosa que el descubrimiento del Plan Divino. Esto condujo a que en los espacios y objetos producidos por el hombre se reflejaran sistemáticamente las relaciones geométricas divinas o cósmicas, si se prefiere.

¹ La geometría euclidiana, llamada así por el libro *Los Elementos de Euclides* fechada alrededor de 300 a.C., estudia aquellas propiedades de las figuras planas y de los sólidos que son invariantes ante isometrías. Abarca toda la geometría que se desarrolla y se conoce hasta el siglo xv, las proposiciones relativas a las áreas de las figuras planas, las medidas de los ángulos, el teorema de pitágoras, los teoremas sobre semejanzas y congruencias, etcétera.

Puesto que la preocupación fundamental era ordenar el espacio, reflejar el orden cosmológico en sus obras arquitectónicas, escultura, etc. y puesto que la geometría euclidiana era la descripción del espacio, geometría y diseño estaban íntimamente relacionadas. El orden clásico y el sistema euclidiano tenían una estructura común.

Pero el diseño implica la realización de las ideas formales y geométricas utilizando materiales específicos y mediante ciertos procedimientos constructivos que imponen algunas restricciones a las posibles soluciones formales a un problema de diseño. De esta manera, el orden clásico fue desarrollado con manifestaciones diversas a lo largo de los siglos, con las obras de ingeniería de los romanos, o los estilos románico, gótico, renacentista y barroco; todos ellos comparten, a pesar de las diferencias que presentan entre sí, el fundamento de un espacio euclidiano, del orden clásico.

Una de las virtudes que, gracias a su estructura axiomática, tiene la geometría euclidiana es que la validez de los resultados obtenidos depende de unos cuantos postulados iniciales y, en consecuencia, la reflexión fundamental sobre la geometría, como ciencia, se centra precisamente en ellos.

Virtualmente desde que aparecieron los *Elementos de Euclides* (siglo III a.C.) se inició una profunda discusión acerca de los axiomas y, en particular, se desarrolló una larga polémica en torno al quinto postulado, el postulado de las paralelas.²

En la primera mitad del siglo xix se produce una auténtica revolución en la geometría: el quinto postulado de Euclides no encajaba dentro de la axiomática griega con la misma naturalidad con la que lo hacían los otros postulados. Gauss, Bolyai y Lobachevsky desarrollaron la idea de la independencia del quinto postulado, esto es, la imposibilidad de demostrarlo a partir de los demás postulados y procedieron a investigar su

² El quinto postulado, tal como lo expuso Euclides, establecía: si una recta que corte a otras dos forma con éstas ángulos interiores del mismo lado de ella que sumados sean menores que dos rectos, las dos rectas, si se prolongan indefinidamente, se cortarán del lado en que dicha suma de ángulos sea menor que dos rectos. Este postulado fue sustituido por su equivalente: por un punto exterior a una recta sólo pasa una paralela a ella.

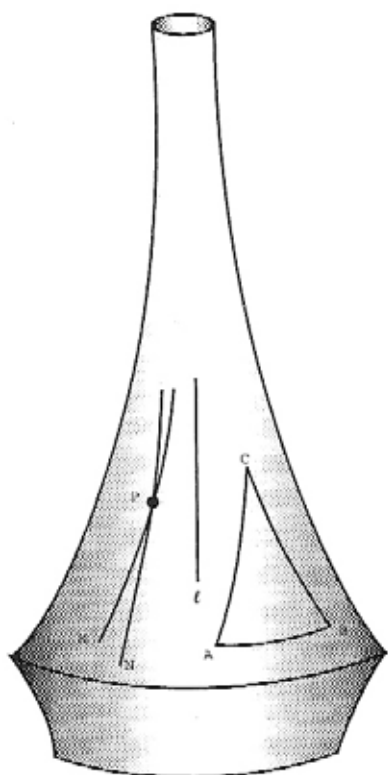
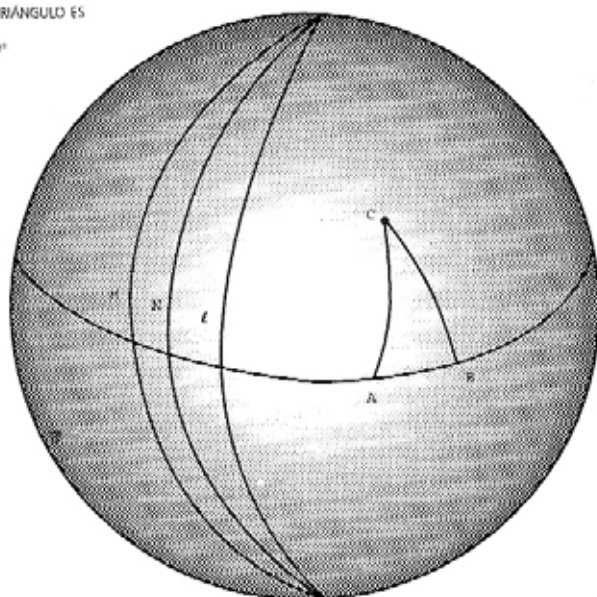


FIGURA 1. ARRIBA, EL MODELO DE BELTRAMI DE UNA GEOMETRÍA CON UNA INFINIDAD DE PARALELAS, EN LA QUE LA SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERIORES DE UN TRIÁNGULO ES MENOR A 180° ; ABAJO, LA GEOMETRÍA DE RIEMANN, SIN PARALELAS Y EN LA QUE LA SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERIORES DEL TRIÁNGULO ES SUPERIOR A 180°



posible sustitución por alguna de las siguientes posibilidades: por un punto exterior a una recta pueden trazarse únicamente una (el caso euclidiano), o más de una, o ninguna paralela. Estas investigaciones condujeron a la construcción de geometrías radicalmente diferentes a la geometría euclidiana, pero igualmente coherentes y válidas, lo que llevó a una nueva concepción acerca del espacio y de los postulados geométricos.

El descubrimiento de geometrías no euclidianas terminó con el reinado indiscutible del sistema euclidiano, vigente por más de dos milenios. Abrió también la puerta a las más variadas concepciones acerca del espacio y, en particular, desbrozó el camino para Einstein, su revolucionaria teoría de la relatividad y su concepción de un espacio curvo (no euclidiano) y de cuatro dimensiones. Rompió también con la idea de la *verdad absoluta* en las matemáticas.

La aparición de las geometrías no euclidianas significó una auténtica revolución científica que tuvo repercusiones enormes dentro y fuera de la matemática. A partir de entonces, el problema del espacio matemático se reconoce como diferente del problema del espacio físico. En el campo del arte, la posibilidad de que el espacio fuese curvo puso en duda la validez del sistema de perspectiva lineal.

Poincaré demostró la falacia que suponía el intento de descubrir experimentalmente cuál era la geometría aplicable al espacio real, debido a que la medición nunca es sobre el espacio mismo sino que lo que se miden son objetos físicos que están en el espacio. Los experimentos no pueden develar la estructura del espacio, solamente reflejan relaciones que se establecen entre objetos. En este contexto, la elección de una geometría es simplemente una cuestión de conveniencia.

Riemann generalizó el concepto de espacio de tal forma que incluye al espacio euclidiano y al de Lobatchevsky como casos especiales. Para él, el espacio es solamente una variedad tridimensional, para la cual no es necesario desarrollar un sistema axiomático y resulta más conveniente utilizar una generalización del enfoque analítico cartesiano: la geometría del espacio, también llamada geometría intrínseca, se describe en términos de seis funciones que determinan los coeficientes métricos del elemento de línea y que se dan como funciones de las coordenadas.

Espacio abstracto y concepto de dimensión

Aristóteles fue el primero en establecer categóricamente la imposibilidad de la cuarta dimensión. Su argumento es el siguiente: *la línea tiene magnitud en una dirección, el plano en dos y el sólido en tres, y más allá de éstas no hay otra magnitud posible porque las tres son todo.*

Ptolomeo de Alejandría, en el siglo II d.C., aportó la siguiente demostración acerca de la imposibilidad de la cuarta dimensión:

Primero dibujamos tres líneas mutuamente perpendiculares, por ejemplo la esquina de un cubo. Tratemos ahora de trazar una cuarta línea que sea perpendicular a las tres anteriores. Por más intentos que hagamos esto resulta imposible, por lo tanto la cuarta dimensión resulta imposible.

En realidad lo único que demuestra este argumento es que nos es imposible, a nosotros seres tridimensionales, visualizar la cuarta dimensión, de igual manera que les resultaría imposible visualizar la tercera dimensión a seres bidimensionales.

Durante siglos, importantes matemáticos se opusieron a la posibilidad de una cuarta dimensión. Por ejemplo, en 1685 John Wallis calificó el concepto de cuarta dimensión de *Monstruo de la Naturaleza, menos posible aún que una Quimera o un Centauro.*

La idea de un espacio n-dimensional aparece asociada a Julius Plücker en 1885 cuando reconoce que, por ejemplo, pueden utilizarse cuatro variables para describir rectas y esferas en el espacio tridimensional. Así, por ejemplo, el conjunto de circunferencias en el plano, como espacio abstracto es tridimensional puesto que se necesita de tres variables para describir cada uno de sus elementos $((h,k,r) \ x + y = r)$. Otra forma de definir un espacio n-dimensional es conservando como elemento fundamental al punto, pero dotando al espacio de una estructura multidimensional. Para ello simplemente se hacen corresponder los puntos del espacio con n-adas de números reales.

El hombre ya no se limitó más a describir el espacio sino que empezó a inventar y a crear nuevos espacios, con estructuras muy variadas y con dimensiones incluso mayores que tres y, ¿por qué no?, espacios de dimensión infinita.

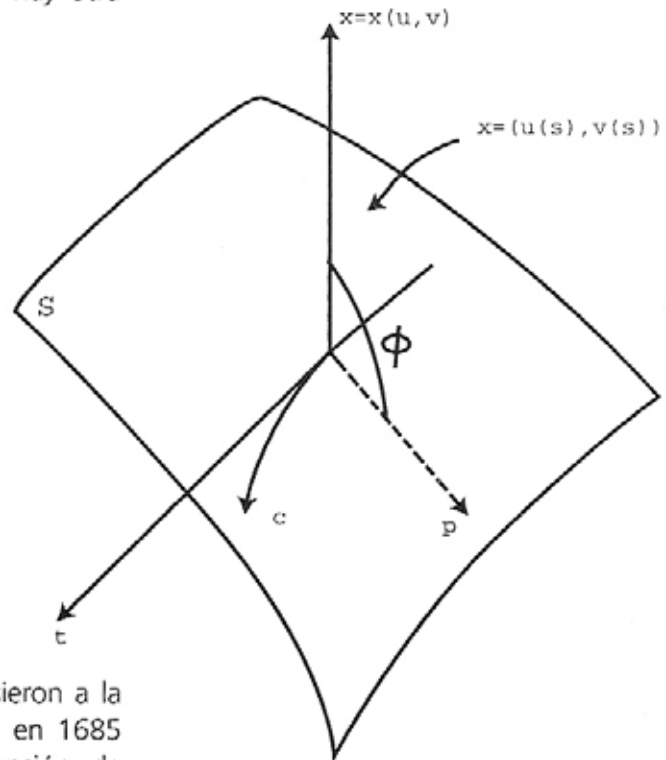
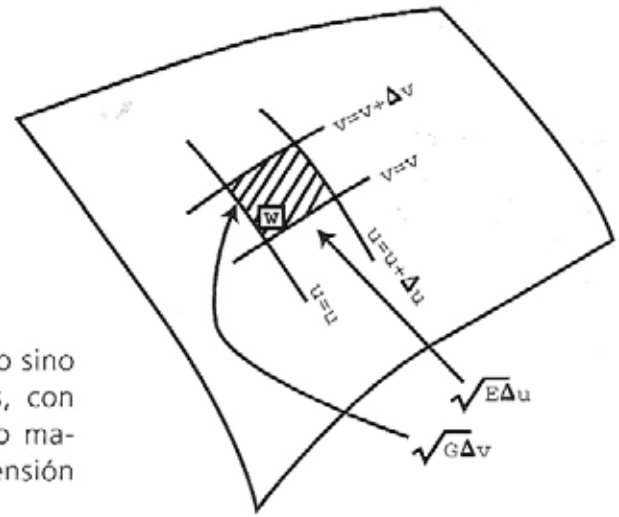


FIGURA 2. CURVATURA DE UNA CURVA EN UNA SUPERFICIE Y ÁREA DE UNA REGIÓN CERRADA SOBRE UNA SUPERFICIE.



En 1906, M. Fréchet introdujo el concepto de espacio abstracto: *un espacio abstracto es un conjunto de objetos, generalmente llamados puntos, junto con un conjunto de relaciones entre ellos. El conjunto de relaciones determina la estructura del espacio.* De acuerdo con esta idea, el concepto de dimensión de un espacio puede definirse de la siguiente manera:

Un espacio *puntual n-dimensional* o **planicie-n**, consiste en los puntos que se obtienen si tomamos $n+1$ puntos distintos, no todos en la misma planicie ($n-1$), todos los puntos colineales con dos cualesquiera de ellos y todos los puntos colineales con dos cualesquiera obtenidos por el procedimiento anterior.

Se dice que un conjunto de puntos es independiente en un espacio puntual n -dimensional, si es imposible obtener todos los puntos a partir de un número menor de ellos, tomando esos puntos, los puntos colineales con cualesquiera dos de ellos y los puntos colineales con cualesquiera dos obtenidos por ese procedimiento. La *dimensión* del espacio está dada por uno menos que el número máximo de puntos independientes que contiene. En el caso de la línea recta, por ejemplo, a lo más existen dos puntos independientes, por lo que su dimensión es 1; en el plano hay a lo más tres puntos independientes y por ello su dimensión es 2.

La cuarta dimensión y el cubismo

Yo pinto los objetos como los pienso,
no como los veo

PICASSO

Llevó tiempo para que los trabajos de Lobachevsky y Bolyai fueran aceptados por la comunidad matemática y todavía más tiempo se necesitó para que sus consecuencias en otros campos del conocimiento fuesen consideradas.

En la década de 1860, Hoüel tradujo al francés los trabajos de Lobachevsky y Bolyai, incluyendo la correspondencia de F. Gauss sobre las geometrías no-euclidianas, propiciando de esta forma que aumentase la credibilidad del tema.



FIGURA 3. PABLO PICASSO,
RETRATO DE AMBROISE VOLLARD,
1920, OILEO, MUSEO PUSHKIN, MOSCÚ.

En 1884 Abbott publica su *Flatland*, novela que discute de manera muy accesible el problema de la dimensión del espacio y que fuera muy popular; conocida, entre otros por Duchamp y buena parte de sus amigos cubistas.

La novela de Abbot ilustra claramente el clima de las discusiones acerca del espacio que se vivió en la segunda mitad del siglo pasado. El personaje principal de la novela, A. Square, es un ser de forma cuadrada que habita un mundo plano y que, en circunstancias que no vienen al caso, entra en contacto con un ser tridimensional de nombre A. Sphere. Este último, para ayudar al protagonista a comprender o imaginar un mundo tridimensional, recurre a un esquema metafórico, mismo que nos permite a nosotros, seres de un espacio tridimensional, imaginar uno de cuatro dimensiones. La explicación es más o menos la siguiente:

Comenzamos con un punto cuyo movimiento genera un segmento de recta determinado por dos puntos. Si ahora movemos la recta perpendicularmente a sí, obtenemos un cuadrado, determinado ahora por cuatro puntos. A. Sphere le pide a A. Square que imagine, o conceda la idea de, un movimiento del cuadrado perpendicular a sí, lo que obtenemos explica A. Sphere, es un cubo, determinado por ocho puntos.

Podemos nosotros extender este razonamiento e imaginar un movimiento del cubo perpendicular a sí para formar un *hipercubo*, determinado por 16 puntos.

Según L. D. Henderson (1983), otros factores que contribuyeron a la difusión de las ideas acerca de la cuarta dimensión fueron: i) un tipo de filosofía que dicha autora llama *filosofía hiperespacial*, ii) La Teosofía y iii) la ciencia ficción y la literatura fantástica de H. G. Wells y otros.

La filosofía hiperespacial se asocia principalmente con C. H. Hinton, pero tiene antecedentes en los intentos de Zöllner de relacionar la cuarta dimensión con el espiritualismo y posteriormente desarrollada por Ouspensky y los pintores futuristas rusos.

Hinton propuso un sistema que revolucionaría el modo de ver de la sociedad contemporánea:

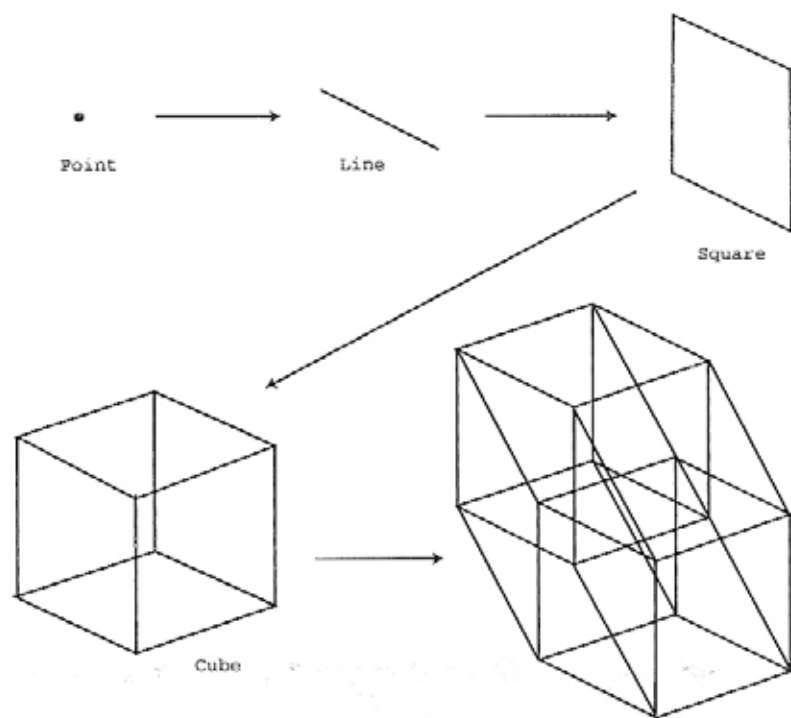


FIGURA 4. VISUALIZACIÓN DEL HIPERCUBO COMO UN MOVIMIENTO DEL CUBO, PERPENDICULAR A SÍ MISMO.

FIGURA 5. MAX WEBER, ESTUDIO PARA INTERIOR DE LA CUARTA DIMENSIÓN, 1913, GOUACHE SOBRE PAPEL, MUSEO DE ARTE DE BALTIMORE.



Y propongo un sistema de trabajo, en el cual el volumen en el espacio tetradimensional es la primera entrega.

Propondré un sistema completo de pensamiento tetradimensional —mecánica, ciencia y arte. La condición necesaria es que la mente puede adquirir el poder de usar el espacio tetradimensional así como ahora lo hace con el espacio tridimensional.

Y hay una condición que no es menos importante. Nunca podemos ver, por ejemplo, imágenes tetradiimensionales con nuestros ojos corporales, pero sí podemos con nuestro ojo mental e interior. La condición es que deberíamos adquirir el poder mental de llevar una gran cantidad de detalles.

Aunque sus teorías no resistieron el paso del tiempo, tuvieron un gran impacto en la difusión del concepto de cuarta dimensión y contribuyeron de manera importante a formar el conjunto de creencias acerca de este tema.

La Teosofía es vinculada principalmente a H. P. Blavatsky, pero contaba entre sus simpatizantes a Kandisky, Kupka y Mondrian. Blavatsky, a diferencia de los teosofistas posteriores a ella, se opuso y criticó el concepto de cuarta dimensión.

En el campo de la literatura, sin duda el texto de Wells (1885) *La máquina del tiempo* hizo reflexionar a buena parte de la población acerca de la cuarta dimensión y de las implicaciones de su existencia. En otros libros de la época también se toca el tema: *The Wonderful Visit* de Wells (1895), G. Plattner (1897) *El hombre invisible*, Oscar Wilde (1892) *El fantasma de Canterville*, G. Macdonald (1895) *Lilith* son ejemplos de ello.

En 1906, E. Mach introduce la distinción entre espacio geométrico y espacio perceptual o psicológico como él lo llamó. Desarrollando las ideas de Poincaré, explica cómo nuestras nociones visuales, táctiles y motrices del espacio se generan mediante la asociación de sensaciones que son desarrolladas por la experiencia y la herencia. Puesto que estas asociaciones pasan a ser parte de la costumbre es difícil, aunque no imposible, separarlas. Si, por ejemplo, dos sensaciones musculares de acomodación y convergencia del ojo, que normalmente funcionan juntas, pudieran variar independientemente, el espacio visual resultante tendría cuatro y no tres dimensiones. "Desde este punto de vista —dice Poincaré— el

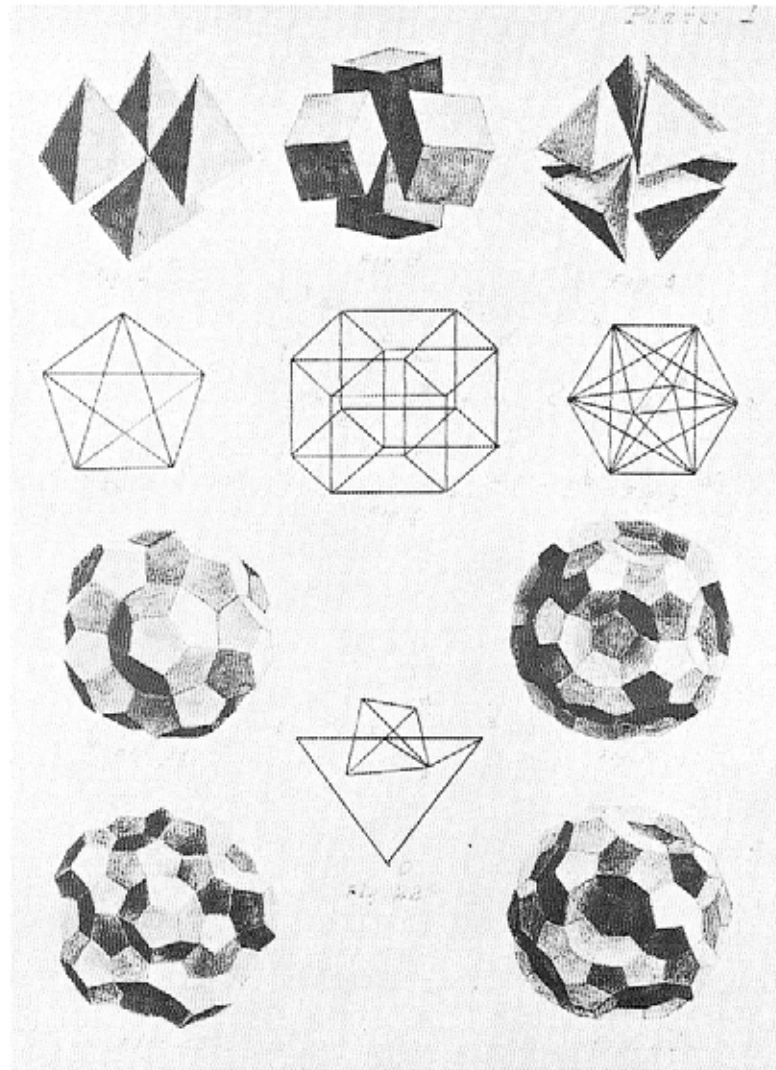


FIGURA 6. W.I. STRINGHAM, STRINGHAM REGULAR FIGURES IN n -DIMENSIONAL SPACE.

espacio motriz tendría tantas dimensiones como los músculos que tenemos".

A principios del siglo xx proliferan los artículos sobre la cuarta dimensión. En 1909 la revista *Scientific American* convocó a un concurso para premiar al ensayo que mejor explicara la cuarta dimensión.

Además de la literatura existente, filosófica, científica o fantástica, se habían generado algunos recursos visuales para describir y entender espacios con dimensiones superiores, por ejemplo, el artículo de W. I. Stringham "Regular Figures in n -Dimensional Space" publicado en 1880 en el

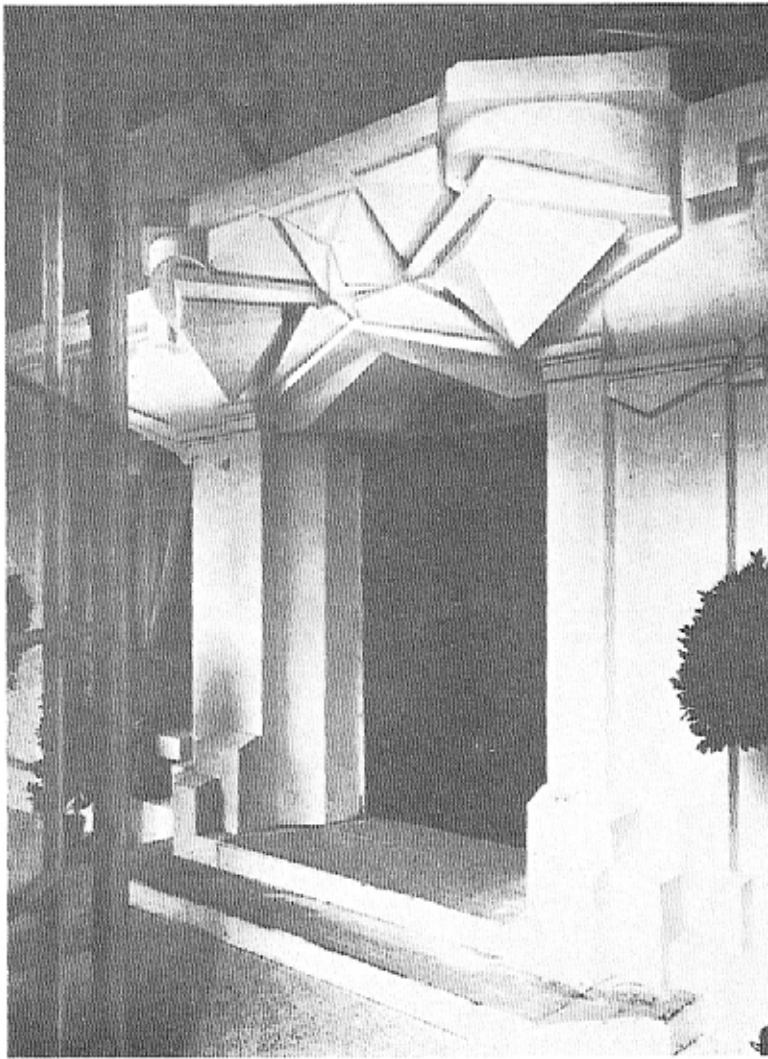


FIGURA 7. R. DELAUNAY,
FACHADA DE LA MAISON CUBISTE
EXHIBE EN EL SALON D'AUTOMNE
DE 1912.

American Journal of Mathematics. E. Jouffret publica en 1903 y 1906 dos libros en los que presenta un tratamiento de las figuras hiperdimensionales.

Los jóvenes pintores que vivieron en París durante el periodo 1900-1912 estuvieron expuestos a todas estas ideas acerca de la cuarta dimensión, L. D. Henderson lo expresa así:

El cubismo había nacido en una era llena de cuestionamientos acerca de la estructura de nuestro mundo y de la esencia de la realidad. A la luz del nacimiento de las nuevas geometrías y de su gran popularidad, es claro que, a principios de siglo, la gente aceptaba la posibilidad de una cuarta dimensión del espacio, más allá de nuestra inmediata percepción.

Apollinaire explica el papel que desempeñó la cuarta dimensión en el cubismo de la siguiente manera:

Hasta ahora, las tres dimensiones de la geometría euclidiana fueron suficientes para el sentimiento alborozado de los artistas al contemplar el infinito. Los nuevos pintores no se proponen, no más que lo que hicieron sus predecesores, ser geómetras. Pero se puede decir que la geometría es a las artes plásticas como la gramática es al arte de escribir. Hoy, los académicos ya no se limitan a las tres dimensiones de Euclides. Los pintores han sido guiados de manera natural, uno podría decir que por intuición, a preocuparse con las nuevas posibilidades de la medida del espacio, la cual, en los estudios modernos, es designada por el término cuarta dimensión.

Tal como se le presenta a la mente, desde un punto de vista plástico, la cuarta dimensión aparece como engendrada por las tres dimensiones conocidas: representa la inmensidad del espacio eternalizándose en todas las direcciones en todo momento. Es en sí misma espacio, la dimensión del infinito; la cuarta dimensión dota a los objetos de plasticidad. Le da a los objetos la proporción que merecen en la obra de arte, mientras en el arte griego, por ejemplo, un ritmo en cierta manera mecánico destruye constantemente las proporciones.

El arte griego tenía una concepción puramente humana de la belleza. Tomaba al hombre como medida de la perfección. El arte de los nuevos pintores toma al universo infinito como su ideal, es a este ideal al que debemos una nueva norma de lo perfecto, que le permite al pintor proporcionar los objetos de acuerdo con el grado de plasticidad que desee darles...

Finalmente, debo señalar que la cuarta dimensión [...] ha venido a mantener las aspiraciones y premoniciones de muchos de los jóvenes artistas que contemplan las esculturas egipcias, negras y oceánicas, meditan sobre diversos trabajos científicos, y viven anticipando un arte sublime.

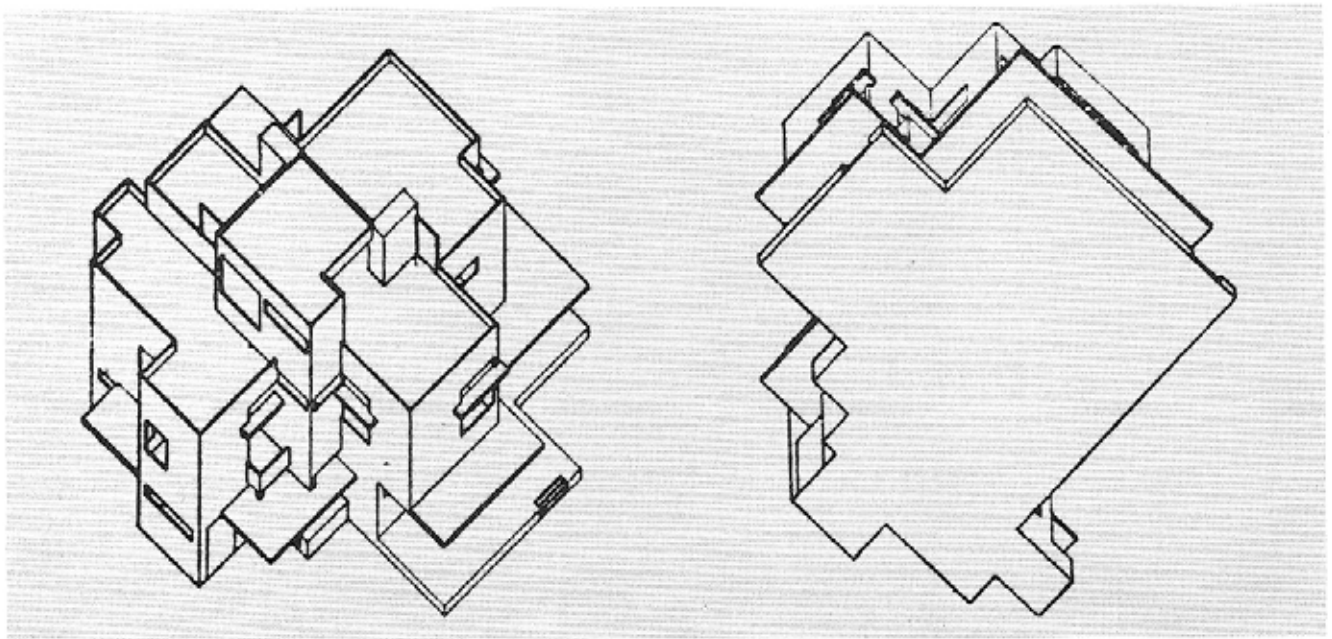
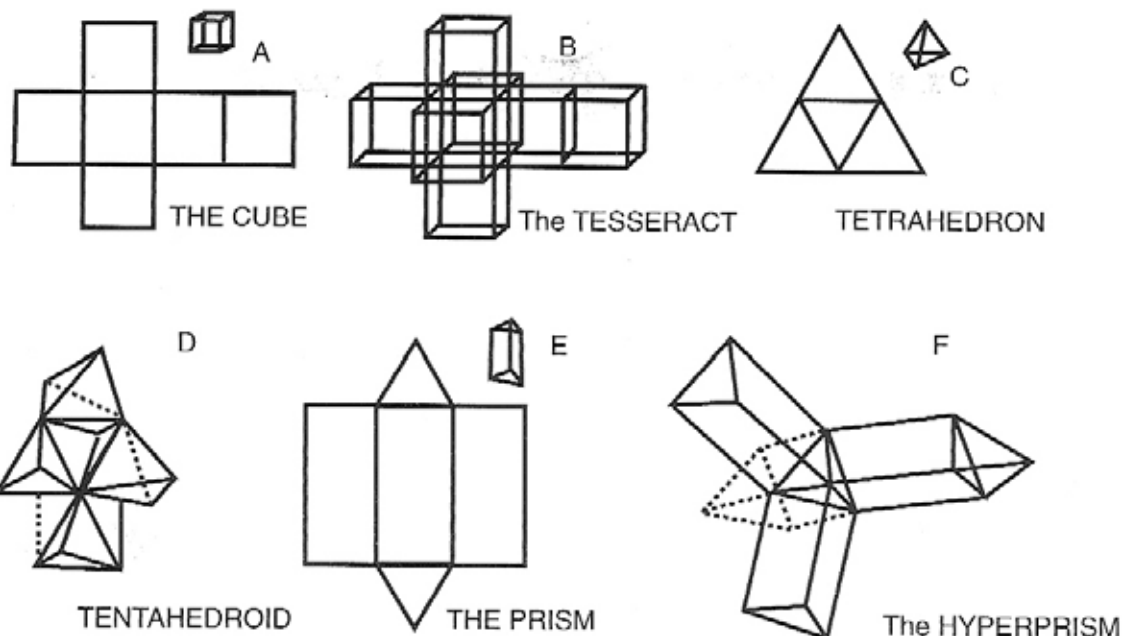


FIGURA 8. THEO VAN DOESBURG Y
CORNELIUS VAN ESSTEREN, PROYECTO
PARA UNA CASA PRIVADA, 1923.



FIGURA 9. CLAUDE BRAGDON,
PROJECTIVE ORNAMENT



Projectiva ornamental

Claude Bragdon, en su búsqueda de un nuevo lenguaje capaz de crear arte ornamental acorde con las nuevas necesidades de su época, escribía en 1915:

La idea de una cuarta dimensión es acorde con la razón, por extraña que sea a la experiencia. Por medio de la geometría proyectiva es posible representar un poliedro (una figura tridimensional) en las dos dimensiones del plano. Por una extensión del mismo método es no menos posible representar un poliedroide (una figura tetradimensional). Tales representaciones en proyecciones planas de sólidos e hipersólidos constituyen la materia prima de la proyectiva ornamental.

La cuarta dimensión puede ser definida a grandes rasgos como una dirección en ángulo recto a cada una de las direcciones conocidas. Es un hiperespacio relacionado con nuestro espacio de tres dimensiones como la superficie de un sólido está relacionada con su volumen; es la interioridad del interior, el exterior de la exterioridad.

Es precisamente la representación bidimensional de objetos tetradimensionales donde encuentra la fuente inagotable de motivos y patrones de

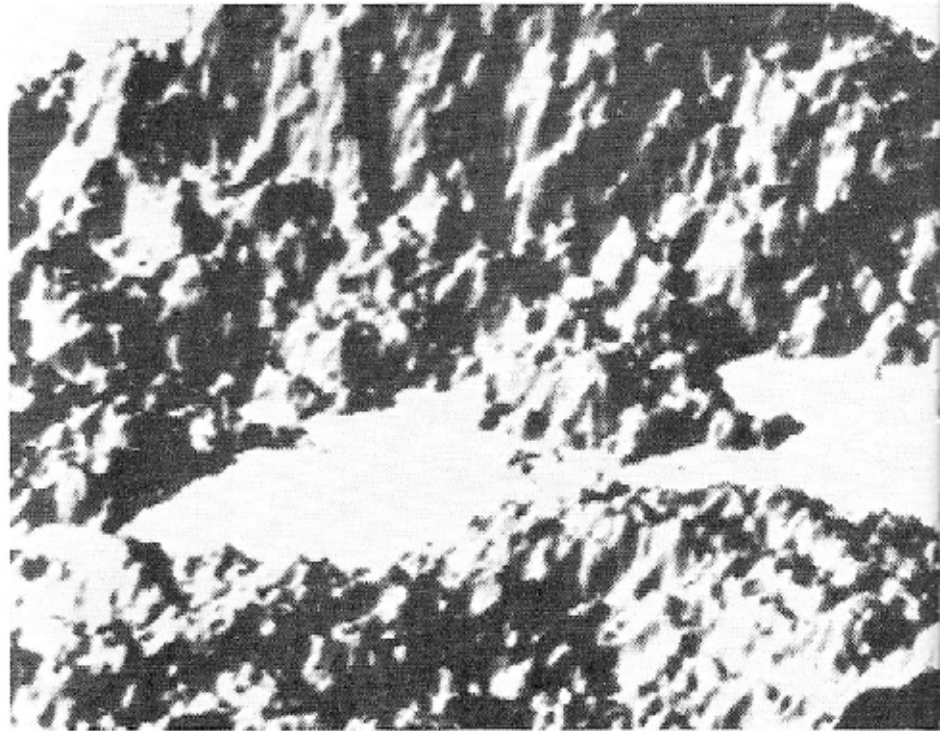
la ornamentación. El método lo expone mediante el siguiente procedimiento:

En el plano sólo existen tres puntos equidistantes, en el espacio tridimensional son cuatro los puntos equidistantes y cinco, que forman lo que llamamos un pentaedroide, en el espacio de cuatro dimensiones. No es posible —continúa Bragdon— construir el pentaedroide, formado por cinco tetraedros, en forma análoga a como el tetraedro está formado por cuatro triángulos, pero podemos representarlo mediante su proyección en el plano. Sólo tenemos que añadir otro punto y conectarlo mediante líneas con cada uno de los vértices de la proyección del tetraedro e, incluso, podemos arreglar los vértices de manera que coincidan con los de un pentágono.

Dimensión fraccionaria

En las últimas décadas, una nueva generalización del concepto de dimensión ha propiciado nuevas formas de experimentación formal. Se construyó, asociado a nombres como Hausdorff y Mandelbrot, el concepto de dimensión fraccionaria. Hasta entonces se había logrado pasar de las dimensiones 1, 2 o 3 hacia dimensiones mayores, incluso infinitas, pero enteras siempre.

FIGURA 10. MONTAÑA GENERADA MEDIANTE LA APLICACIÓN DE TRANSFORMACIONES CONTRACTIVAS ITERATIVAS. A LA DERECHA, UN PAISAJE MONTAÑOSO REALIZADO CON ESTA TÉCNICA.



La idea para generalizar el concepto de dimensión de manera que incluya la posibilidad de dimensiones fraccionarias (fractales), consiste en encontrar cuántos objetos de tamaño π son necesarios para cubrir un objeto mayor de tamaño Π . Así, por ejemplo, para cubrir un segmento de 8 m de longitud se necesitan 8 unidades de un metro, pero si la unidad fuera 10 cm, entonces necesitaríamos 80 unidades. La razón de ambos resultados, $80/8$, es decir 10 o bien 10^1 , donde el exponente corresponde precisamente a la dimensión de la figura en cuestión.

Otra forma de verlo es la siguiente: si triplicamos los lados de un cuadrado obtenemos un área nueve veces mayor, por lo que la dimensión de la figura es $\log 9 / \log 3 = 2$. En general, para cualquier objeto de tamaño Π construido con unidades más pequeñas de tamaño p , el número de unidades que cubre al objeto es $N = (\Pi/p)^d$

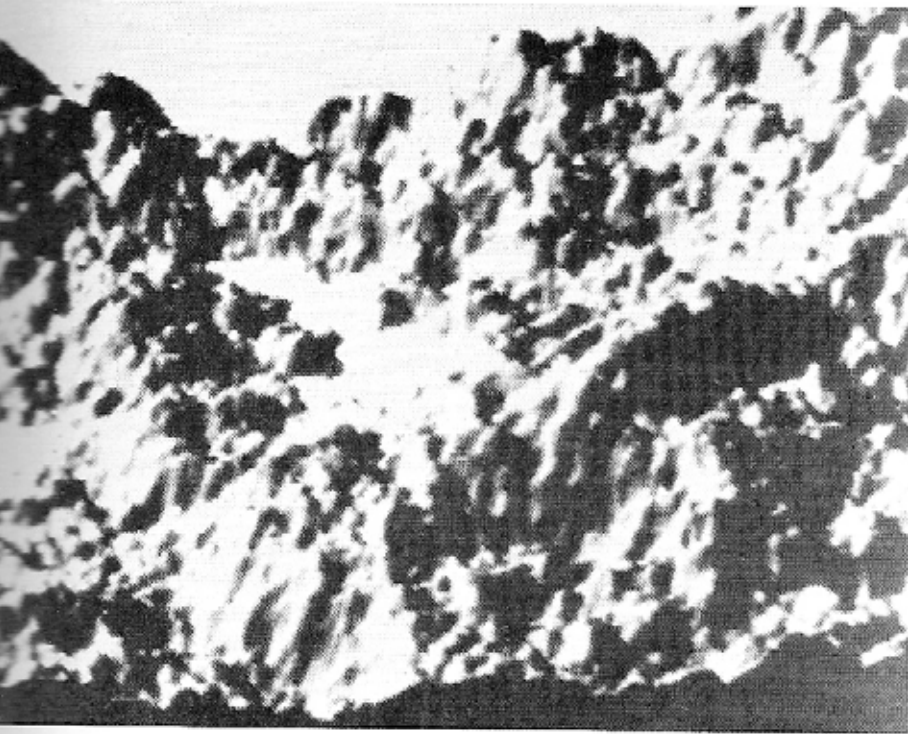
El exponente d es llamado dimensión de Hausdorff.

A partir de esta generalización del concepto de dimensión y la aplicación de conjuntos de transformaciones contractivas iterativas, la geometría fractal es capaz de describir fenómenos que hasta ese momento escapaban a cualquier intento de racionalización.

Conclusiones

Arte, diseño y geometría concurren en la reflexión acerca del espacio. La forma en que se da esta interacción resulta en una influencia en ambos sentidos. Por un lado, la geometría contribuye a resolver diversos problemas del arte y el diseño y por el otro, arte y diseño plantean problemas que han permitido el desarrollo de teorías geométricas y, aunque tal vez algunos matemáticos no estarían de acuerdo, las técnicas de representación de objetos que ofrecen arte y diseño pueden ayudar a comprender algunos conceptos geométricos. Además, a lo largo de la historia la forma cómo la geometría ha concebido el espacio ha sido fuente de inspiración para artistas y diseñadores.





Bibliografía

- Barnsley, M. *Fractals Everywhere*. Academic Press, Londres, 1988.
- Bragdon, C. *Projective Ornament*. Dover, N.Y. 1992.
- Eves, H. *Estudio de las geometrías*. VTHEA, México 1985.
- _____. *Great Moments in Mathematics*. The Mathematical Association of America, USA 1983.
- Ernst, B. *Adventures with impossible figures*. Tarquin Publications, Londres, 1986.
- Hall, E. T. *La dimensión oculta. Enfoque antropológico del uso del espacio*. Instituto de Estudios de Administración Local, Madrid, 1973.
- Heidegger, M. "El arte y el espacio" en *TEORIA*. Anuario de Filosofía, 1982-1987. Año 3, núm. 3. UNAM México, 1985.
- Henderson, L.D. *The Fourth Dimension and Non-Euclidean Geometry in Modern Art*. Princeton University Press, Princeton, 1983, pp. 453.
- Inns, W.M. *Art and geometry. A study in space intuitions*. Dover Publications, N.Y., 1964.
- Jammer, M. *Conceptos de Espacio*. Grijalbo, México, 1970.
- Johnson, M. *The body in the mind*. The University of Chicago Press, Chicago, 1987.
- Kline, M. *Matemáticas para los estudiantes de Humanidades*. Fondo de Cultura Económica, México, 1992.

- Lakoff, G. *Women, Fire, and Dangerous Things. What Categories Reveal about the Mind*. The University of Chicago Press, Chicago, 1987.
- Le Corbusier *El modular*. Harvard University Press. Cambridge, 1986.
- _____. *Hacia una arquitectura*. Poseidón, Barcelona, 1977.
- LeShan, L. y Margenau, H. *El espacio de Einstein y el cielo de Van Gogh*. Gedisa, Barcelona, 1982.
- Pedoe, B. *La geometría en el arte*. Gustavo Gili (Punto y Línea), Barcelona, 1979.
- Peterson, I. *The Mathematical Tourist: Snapshots of Modern Mathematics*. Ed. por Ivars Peterson, USA 1988.
- Poincaré, H. "El espacio y el tiempo". en *MATHEsis*, Vol. II, núm. 4 Nov. 1986, México.
- Reichenbach, H. *The Philosophy of Space & Time*. Dover, NY 1957.
- Rucker, R. *Geometry, Relativity and the Fourth Dimension*. Dover, Nueva York 1977.